

2026 年アジア太平洋数学オリンピック

(公財) 数学オリンピック財団

問 題^{*1}

2026 年 3 月 10 日 試験時間 4 時間 5 題

1. $o \geq 2$ をみたす正の整数の組 (a, p, m, o) であって,

$$a! + p! = m^o + 26$$

をみたすものをすべて求めよ.

2. n を 2 以上の整数とする. n 個の要素からなる集合について, その 2^n 種類の部分集合すべてを順番に並べ, $A_1, A_2, \dots, A_{2^n}$ とおく. このとき, 並べ方によらず以下が成り立つことを示せ.

$$|A_1 \cap A_2| + |A_2 \cap A_3| + \dots + |A_{2^n-1} \cap A_{2^n}| + |A_{2^n} \cap A_1| \geq 2^{n-2}$$

ただし, 有限集合 S に対して, その要素の個数を $|S|$ と表す.

3. 正の実数に対して定義され実数値をとる関数 f であって, 任意の正の実数 x, y, z に対して, $|x - y| < |y - z|$ であることと $|f(x) - f(y)| < |f(y) - f(z)|$ であることが同値となるようなものをすべて求めよ.

4. 内接円 ω をもつ四角形 $ABCD$ がある. ω の中心を I とし, 対角線 AC, BD の交点を E とする. 三角形 ABD の内心を J とし, 半直線 EJ と ω の交点を P とするとき, 直線 PI と直線 BD は垂直に交わることを示せ.

5. n を正の整数とする. $n + 1$ 行 n 列のマス目状に並んだ $n(n + 1)$ 個の部屋があり, どの隣りあう 2 部屋の間にも扉が 1 つ設置されている. 0 枚以上の扉を選んで鍵をかける方法であって, 2 つの部屋 S, G が存在し, 以下の条件をともにみたすようなものは何通りあるか.

(i) S は 1 行目にあり, G は $n + 1$ 行目にある.

(ii) S から G へ鍵のかかっていない扉のみを通過して移動することができる.

以上

^{*1} Copyright ©2026 by Mathematical Olympiad Foundation of Japan.
著作権は数学オリンピック財団に帰属します.