2026年

第24回 日本ジュニア数学オリンピック

予 選 問 題

受験生への注意事項

試験開始の指示のあるまで, 問題は見ないこと.

分度器・電卓・パソコン・携帯電話, またノートや参考書等の使用は厳禁です.

携帯電話等の電源は切っておくこと.

問題は 12 問, 試験時間は 3 時間です.

配点は各問 1 点, 合計 12 点です.

受験番号・氏名を別紙の解答用紙に記入すること.

解答は答のみを解答用紙の該当欄に記入すること.

解答用紙だけを回収します.

2025 年 11 月 16 日

(公財) 数学オリンピック財団

2026年日本ジュニア数学オリンピック予選

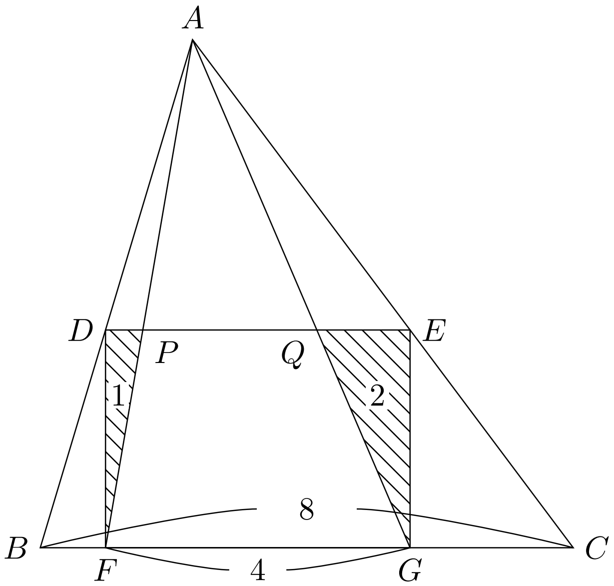
(公財) 数学オリンピック財団

問　　題[*1]

2025年11月16日 試験時間3時間12題 (答のみを記入する)

1. 三角形 ABC と長方形 $DFGE$ が図のように重なっており, $BC = 8$, $FG = 4$ をみたしている. 線分 DE と線分 AF, AG の交点をそれぞれ P, Q とすると, 三角形 DFP, EGQ の面積はそれぞれ 1, 2 となった. このとき, 三角形 ABC の面積を求めよ.

ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.



2. a, b, c, d は相異なる 1 以上 4 以下の整数である. $P = a(a+b)(a+b+c)(a+b+c+d)$ とすると, P は平方数となった. このとき, P としてありうる最大の値を求めよ.

3. 各桁(けた)の数字が 1, 2, 3 のいずれかである 2026 桁の正の整数であって, どの 1 以上 2025 以下の整数 i についても次をみたすものはいくつあるか.

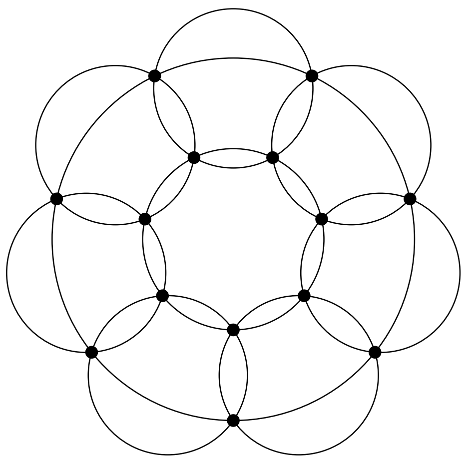
- i が偶(ぐう)数のとき, 下から $i+1$ 桁目の数字は, 1, 2, 3 のうち下 i 桁に現れる回数が最も多いものの中の 1 つである.
- i が奇(き)数のとき, 下から $i+1$ 桁目の数字は, 1, 2, 3 のうち下 i 桁に現れる回数が最も少ないものの中の 1 つである.

4. 各桁の平均値が整数ではない正の整数を**半端(ぱ)な数**とよぶ. たとえば, $\dfrac{2+0+2+6}{4}=\dfrac{5}{2}$ は整数ではないため, 2026 は半端な数である. $n, n+1, \ldots, n+7$ がすべて半端な数であるような正の整数 n としてありうる最小の値を求めよ.

5. 図のように 9 個の円と ● で示された 14 個の点がある. それぞれの点に整数を 1 つずつ割り当てる方法であって, 以下の条件をともにみたすものは何通りあるか.

- 14 個の点には, -3 以上 3 以下の整数がちょうど 2 回ずつ割り当てられている.
- 9 個の円のいずれについても, その周上にある点に割り当てられた整数の総和が一致(ち)する.

ただし, 回転や裏返しにより一致する割り当て方も異なるものとして数える.

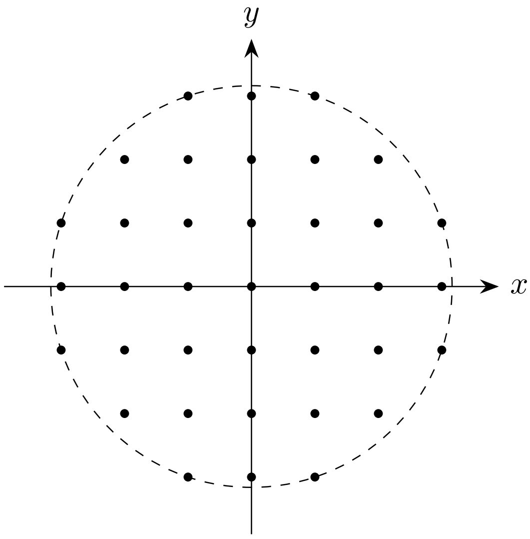


6. 三角形 ABC の辺 BC 上 (端(たん)点を除く) に相異なる 2 点 D, E があり, $BD=DE=EC$ が成り立っている. 辺 AB, AC 上 (端点を除く) にそれぞれ点 P, Q をとったところ, 直線 DP と直線 EQ は平行であり, $\angle BPD=\angle EQC$ をみたした. $AP=5$, $PB=14$ のとき, 辺 AC の長さを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

7. xy 平面において, x 座標と y 座標がともに整数であり, 原点からの距離(きょり)が $\sqrt{10}$ 以下である 37 個の点を**良い点**とよぶ. 良い点のうち 1 つ以上に駒(こま)を 1 つずつ置く方法が**安全**であるとは, 次が成り立つことをいう.

> どの良い点 (a, b) についても, 駒が置かれた良い点 (c, d) であって, $|a-c| = |b-d|$ をみたすものが存在する.

安全な置き方で用いられている駒の個数としてありうる最小の値を n とするとき, n 個の駒を用いた安全な置き方は何通りあるか.



8. 三角形 ABC において, 辺 BC, CA, AB 上 (端点を除く) にそれぞれ点 P, Q, R があり, $BP : PC = 6 : 1$, $CQ : QA = 5 : 2$, $AR : RB = 4 : 3$ をみたしている. 三角形 ARQ, BPR, CQP の内心がいずれも三角形 PQR の外接円上にあるとき, $\dfrac{AB}{AC}$ の値を求めよ.

ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

9. $1, 2, \ldots, 30$ の並べ替(か)え $a_1, a_2, \ldots, a_{30}$ であって, 以下の条件をみたすものはいくつあるか.

> 1 以上 30 以下のどの整数 i についても, 1 以上 30 以下の整数 j のうち $(i-j)(a_i - a_j) < 0$ をみたすものはちょうど 2 個存在する.

ただし, $a_1, a_2, \ldots, a_{30}$ が $1, 2, \ldots, 30$ の並べ替えであるとは, $a_1, a_2, \ldots, a_{30}$ に 1 以上 30 以下の整数がちょうど 1 回ずつ現れることをいう.

10. 黒板に 1 以上 2026 以下の相異なる 2 つの整数を書き, 次の操作を 999 回行う.

> 黒板に書かれた 2 数を x, y とし, x と y の最小公倍数, 最大公約数をそれぞれ l, g とする. 黒板から x, y を消して, $l+g$ と $l-g$ を 1 つずつ書く.

すべての操作が終了(りょう)したときに黒板に書かれている 2 数の最大公約数としてありうる値は何通りあるか.

11. 整数の組 $(a_1, a_2, \ldots, a_{56})$ であって, $1 \leqq i \leqq j \leqq 56$ をみたす任意の整数 i, j について

$$-5 \leqq a_i + a_{i+1} + \cdots + a_j \leqq 6$$

が成り立つものはいくつあるか.

12. $AB=4$ をみたす四角形 $ABCD$ が円に内接している. B を通り直線 AD に平行な直線が線分 AC と点 E で交わっており, $BE=5$ をみたしている. また, C を通り直線 AD に平行な直線と直線 DE の交点を F とすると, F を通り直線 BD に平行な直線が直線 AB, BC とそれぞれ点 P, Q で交わった. $BP=BQ=6$ が成り立っているとき, 線分 EQ の長さを求めよ.

ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

以上

第24回日本ジュニア数学オリンピック予選

解答用紙

受験番号					
氏名					

1	2	3
24	1600	$3 \cdot 2^{508}$ 個

4	5	6
10046	6300通り	23

7	8	9
2928通り	$\dfrac{44}{31}$	113個

10	11	12
1182	$57 \cdot 6^{56}$ 個	$\dfrac{22}{5}$

受験番号					
会場内通し番号					

合計点