

2026 年

第 36 回 日本数学オリンピック

予 選 問 題

受験生への注意事項

試験開始の指示のあるまで, 問題は見ないこと.

分度器・電卓・パソコン・携帯電話, またノートや参考書等の使用は厳禁です.

携帯電話等の電源は切っておくこと.

問題は 12 問, 試験時間は 3 時間です.

配点は各問 1 点, 合計 12 点です.

受験番号・氏名を別紙の解答用紙に記入すること.

解答は答のみを解答用紙の該当欄に記入すること.

解答用紙への記入に使用できる筆記用具は鉛筆, シャープペンシル, ボールペン (色つき可) です.

解答用紙だけを回収します.

2025 年 11 月 16 日

(公財) 数学オリンピック財団

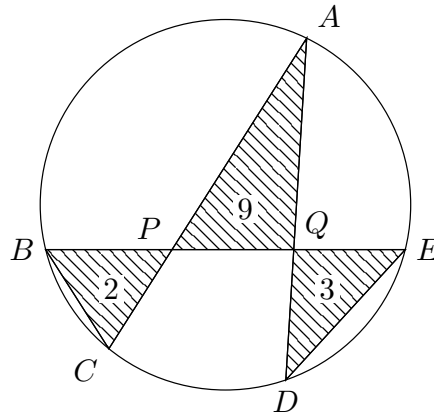
2026 年日本数学オリンピック予選

(公財) 数学オリンピック財団

問 題^{*1}

2025 年 11 月 16 日 試験時間 3 時間 12 題 (答のみを記入する)

1. $a^{20} + b^2 + c^6 = 2026$ をみたす正の整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ.
2. 正の整数 n であって, $[\sqrt{2026n}]$ が n で割りきれないようなもののうち, 最小のものを求めよ.
ただし, 実数 r に対して r 以下の最大の整数を $[r]$ で表す. たとえば, $[3.14] = 3$, $[5] = 5$ である.
3. 円周上に 5 点 A, B, C, D, E がこの順にある. 線分 BE と線分 AC, AD の交点をそれぞれ P, Q とすると, $BP = PQ = QE$ が成り立った. 三角形 BCP , 三角形 APQ , 三角形 DEQ の面積がそれぞれ 2, 9, 3 であるとき, $\frac{AC}{AD}$ の値を求めよ.
ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.



4. 各辺の長さが整数である長方形 $ABCD$ がある. **切れ目**とは, 以下のいずれかをみたす直線のことをいう.
 - 辺 AB 上 (端点を除く) の点を通り, 辺 BC に平行である.
 - 辺 BC 上 (端点を除く) の点を通り, 辺 AB に平行である.

いくつかの相異なる^{あい}切れ目を選んだのち, 選んだ切れ目全体で長方形 $ABCD$ を完全に切り離れた. すると, 得られたどの小長方形も各辺の長さが 1 以上 9 以下の整数であり, どの相異なる 2 つの小長方形も合同ではなかった. このとき, 長方形 $ABCD$ の面積としてありうる最大の値を求めよ.

^{*1} Copyright ©2025 by Mathematical Olympiad Foundation of Japan.
著作権は数学オリンピック財団に帰属します.

5. 1 以上 17 以下の整数の組 (x, y, z) であって、次の条件をみたすものをすべて求めよ.

$xy + 4, yz + 5, zx + 6, xyz + 7$ をいずれも割りきるような 2 以上の整数が存在する.

6. 平行四辺形 $ABCD$ の辺 CD 上 (端点を除く) に点 E がある. 線分 AE の中点を M とし, 直線 BM と辺 AD の交点を F とすると, $CE = DF = 3$ が成り立った. $MB = 5, MC = 4$ のとき, 線分 AB の長さを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

7. 円形の湖の周りに 2026 台のベンチが等間隔に並んでおり, はじめそれぞれのベンチに生徒が 1 人ずつ湖に背を向けて座っている. 先生が 0 人以上 2026 人以下の生徒を選び, その後それぞれの生徒は次のように行動した.

- 先生に選ばれた生徒は, 自分の座っているベンチの 1 台右にあるベンチへ移動して座る.
- 先生に選ばれなかった生徒は, 自分の座っているベンチの 2 台左にあるベンチへ移動して座る.

すべての生徒が行動を終えたとき, 1 人以上の生徒が座っているベンチがちょうど 2000 台となるように, 先生が生徒を選ぶ方法は何通りあるか.

8. 正の整数からなる数列 $a_1, a_2, \dots$ はどの 2 項も相異なり, 次の条件をともにみたしている.

- $a_i = 36, a_j = 3750$ をみたす正の整数 i, j が存在する.
- 任意の正の整数 n に対し, a_{n+1} は $\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} a_k$ の倍数である.

このとき, a_{20} としてありうる最小の値を求めよ. ただし, 整数 x が整数 y の倍数であるとは, $x = my$ が成り立つような整数 m が存在することをいう.

9. $AB = AC$ なる二等辺三角形 ABC は $BC = 21$ をみたしている. 辺 BC, CA, AB 上 (端点を除く) にそれぞれ点 D, E, F を $\angle EDF = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$ をみたすようにとる. 線分 BD の垂直二等分線と直線 DE の交点を P とし, 線分 CD の垂直二等分線と直線 DF の交点を Q とする. さらに直線 BP と直線 CQ の交点を R とすると, $EP = 12, FQ = 16, AR = 6\sqrt{7}$ が成り立った. このとき, 三角形 DPQ の面積を求めよ.

ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

10. n を正の整数とする. xy 平面において, x 座標と y 座標がともに 0 以上 n 以下の整数である点を **良い点** とよぶ. 次の 2 つの条件をともにみたす凸 101 角形 $P_1P_2\cdots P_{101}$ が存在するような n としてありうる最小の値を求めよ.

- 任意の 1 以上 101 以下の整数 i について, P_i は良い点である.
- 任意の 1 以上 101 以下の整数 i について, P_i の x 座標と P_{i+1} の y 座標が等しい. ただし, $P_{102} = P_1$ とする.

ただし, 凸 101 角形とは, 自己交差をもたない 101 角形であって, すべての内角が 180° 未満であるものをさす.

11. 1 以上 20 以下の整数の組 $(a_1, a_2, \dots, a_{26})$ であって, 次の条件をみたすものはいくつあるか.

$1 \leq i < j \leq 26$ をみたす整数の組 (i, j) であって,

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_i = a_j + a_{j+1} + \cdots + a_{26}$$

をみたすものがちょうど 1 つ存在する.

12. 正の整数 x, y, z は $x^x y^y = z^{20x+26y}$ をみたしている. $\frac{x}{z^{25}}$ が整数であり, $\frac{y}{z^{25}}$ が整数でないとき, z としてありうる最小の値を求めよ.

以上

第 36 回日本数学オリンピック予選

解答用紙

受験番号					
氏名					

1	2	3
$(1, 36, 3)$	91	$\frac{11\sqrt{6}}{24}$

4	5	6
729	$(4, 12, 5), (17, 12, 5)$	$\sqrt{41} - 3$

7	8	9
$2 \cdot 2026C_{52}$ 通り	48000	$\frac{48\sqrt{7}}{25}$

10	11	12
650	$9980 \cdot 19^{23}$ 個	$2^{127} \cdot 641^{641}$

受験番号					
会場内通し番号					

合計点