２０２７年

第25回 日本ジュニア数学オリンピック

予 選 問 題

受験生への注意事項

試験開始の指示のあるまで, 問題は見ないこと.

分度器・電卓, ノートや参考書等の使用や, 問題についての他者との相談は厳禁です.

パソコン・携帯電話・タブレット端末等の電子機器を, 問題の閲覧および解答欄への入力以外の目的で使用することは厳禁です.

問題は 12 問, 試験時間は 3 時間です.

配点は各問 1 点, 合計 12 点です.

解答は答のみを解答欄の該当箇所に入力すること.

2026 年 11 月 15 日

(公財) 数学オリンピック財団

2027年日本ジュニア数学オリンピック予選

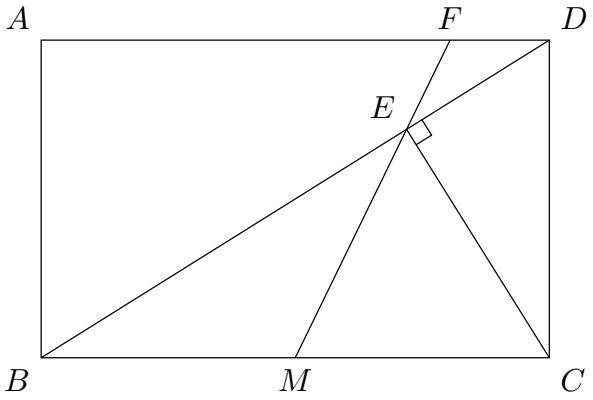
(公財) 数学オリンピック財団

問　　題[*1]

2026年11月15日 試験時間3時間 12題 (答のみを記入する)

1. 相異なる正の整数 a, b, c, d, e, f が $a+b=c$ および $d+e=f$ をみたすとき, $c+f$ としてありうる最小の値を求めよ.

2. $AB=5$, $BC=7$ をみたす長方形 $ABCD$ がある. C から直線 BD におろした垂線の足を E, 辺 BC の中点を M とし, 直線 ME と辺 AD の交点を F とおく. このとき, 線分 EF の長さを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.



3. どの桁に現れる数字も偶数であるような正の整数であって, 2027で割りきれるもののうち, 最小のものを求めよ.

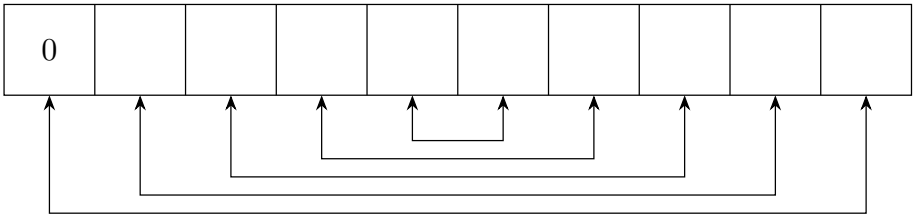
4. $AB=AC$ なる二等辺三角形 ABC がある. 辺 AB 上に点 D を, 辺 BC 上に点 E をとったところ, $AD:DB=BE:EC=1:2$ および $DE=\sqrt{3}$ が成立した. また, E から直線 AC におろした垂線の足を F とすると, $EF=1$ が成立した. このとき, 辺 BC の長さを求めよ.

ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

[*1] Copyright ©2026 by Mathematical Olympiad Foundation of Japan.
著作権は数学オリンピック財団に帰属します.

5. 図のように, 10 個のマスが一列に並んでおり, 一番左のマスには 0 が書き込まれている. 次の条件をともにみたすように残りの 9 マスに整数を書き込む方法は何通りあるか.

- 隣りあうマスに書き込まれた 2 つの整数の差は 1 に等しい.
- 図の矢印で結ばれた 2 つのマスに書き込まれた整数の差を, 5 本の矢印すべてについて足し合わせて得られる値は 5 に等しい.



6. $109^2 - 6$ は 625 の倍数であることがわかっている.

$$(1^2 - 6)(2^2 - 6)(3^2 - 6)(4^2 - 6) \cdots (100^2 - 6)$$

が 5 で割りきれる回数を求めよ.

7. 100 個の水槽 $1, 2, \ldots, 100$ があり, 任意の 1 以上 100 以下の整数 n について, 水槽 n にははじめ n リットルの水が入っている. いま, 以下の操作を繰り返す.

> 相異なる 80 個の水槽を選び, 選んだすべての水槽から同じ量の水を汲み出し, 捨てる.

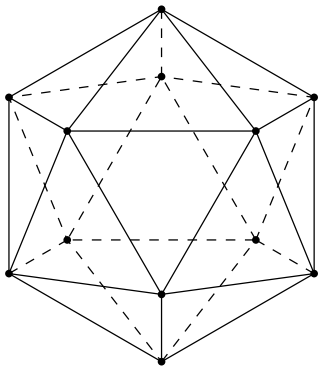
操作を何度か行ったのち, 100 個の水槽に入っている水の量の和は最小で何リットルか.

8. 三角形 ABC の辺 AB, AC 上 (端点を除く) にそれぞれ点 D, E があり, 4 点 B, C, E, D は同一円周上にある. 線分 BE と CD が点 F で交わっており, $\angle BAC$ の二等分線が線分 CF, EF とそれぞれ点 K, L で交わっている. $EL = 7$, $FL = 2$, $CK = 16$, $AB = 25$ のとき, 辺 AC の長さを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

9. 正二十面体の辺のうちいくつかを選んで赤く塗(ぬ)る方法であって, 次をみたすものは何通りあるか.

正二十面体のどの面についても, その面の 3 辺のうち奇(き)数本が赤く塗られている.

ただし, 回転によって一致(ち)する塗り方も異なるものとして数える.



10. 辺 AD と辺 BC が平行であり, $AD = 4$, $BC = 7$ をみたす台形 $ABCD$ がある. 辺 AB 上 (端点を除く) の点 E が $BC = CE$ をみたしており, さらに線分 CE 上 (端点を除く) の点 F が $AF = BF$ をみたしている. 線分 EF 上 (端点を除く) に点 P をとると, 直線 BF と直線 PD は平行となった. さらに直線 DF は辺 BC と点 Q で交わり, $AP = 2$, $DQ = 5$ となった. このとき, 線分 CQ の長さを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

11. 2 以上の整数 m に対し, m の正の約数であって $[\sqrt{m}]$ の約数でない整数のうち最小のものを $f(m)$ とする. 2 以上 10^{10} 以下の整数 n であって

$$f(n) = f(n+1) - 1 = f(n+2) - 2 = f(n+3) - 3$$

をみたすものはいくつあるか. ただし, 実数 r に対して r 以下の最大の整数を $[r]$ で表す. たとえば, $[3.14] = 3$, $[5] = 5$ である.

12. 円周上に 999 個のマス $1, 2, \ldots, 999$ が並んでいる. 以下, マス 1000 はマス 1 を表すものとする. 各マスに白石か黒石のどちらか 1 つが置かれた状態を**良い石の配置**とよぶ.

いま, 良い石の配置に対する以下のような操作を**操作 A** とよぶ.

> 1 以上 999 以下の整数 k であって, マス k に黒石が, マス $k+1$ に白石が置かれているものを選び, マス k, $k+1$ に置かれている石を入れ替(か)える.

さらに, 良い石の配置に対する以下のような操作を**操作 B** とよぶ.

> 1 以上 999 以下のすべての整数 k に対して, マス k に置かれている石をマス $k+1$ に移すという操作を同時に行う.

次の条件をみたす $(1, 2, \ldots, 998)$ の並べ替え $(t_1, t_2, \ldots, t_{998})$ が存在するような良い石の配置 $\mathcal{S}$ であって, マス 1, 2, 3 のすべてに白石が置かれているものはいくつあるか.

> 任意の 1 以上 998 以下の整数 k に対して, $\mathcal{S}$ に操作 A をうまく t_k 回行うことで, $\mathcal{S}$ に操作 B を k 回行ったものと各マスの石の色を一致させることができる.

ただし, $(t_1, t_2, \ldots, t_{998})$ が $(1, 2, \ldots, 998)$ の並べ替えであるとは, $t_1, t_2, \ldots, t_{998}$ に 1 以上 998 以下の整数がちょうど 1 回ずつ現れることをいう.

以上

第25回日本ジュニア数学オリンピック予選

解答用紙

受験番号						
氏名						

1	2	3
11	$\dfrac{25}{14}$	48648

4	5	6
$\dfrac{3\sqrt{33}}{11}$	162通り	49回

7	8	9
1770リットル	$\dfrac{200}{7}$	2^{11}通り

10	11	12
$\dfrac{52}{9}$	3334個	107892個

受験番号					
会場内通し番号					

合計点