２０２７年
第37回 日本数学オリンピック
予 選 問 題

受験生への注意事項

試験開始の指示のあるまで, 問題は見ないこと.

分度器・電卓・パソコン・携帯電話, またノートや参考書等の使用は厳禁です.

携帯電話等の電源は切っておくこと.

問題は 12 問, 試験時間は 3 時間です.

配点は各問 1 点, 合計 12 点です.

受験番号・氏名を別紙の解答用紙に記入すること.

解答は答のみを解答用紙の該当欄に記入すること.

解答用紙への記入に使用できる筆記用具は鉛筆, シャープペンシル, ボールペン (色つき可) です.

解答用紙と受験票を回収します.

2026 年 11 月 15 日

(公財) 数学オリンピック財団

2027年日本数学オリンピック予選

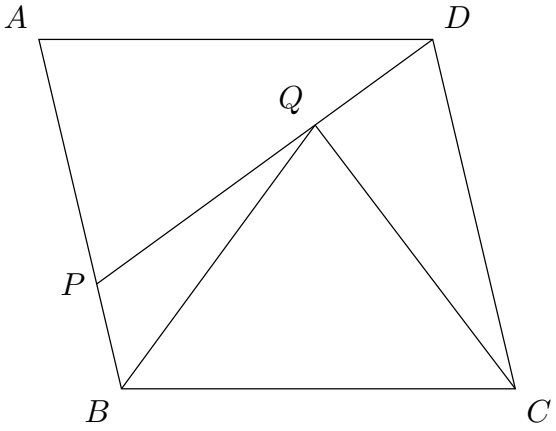
(公財) 数学オリンピック財団

問　　題[*1]

2026 年 11 月 15 日 試験時間 3 時間 12 題 (答のみを記入する)

1. 4 つの相異(あい)なる実数が紙に書かれている. この中から 2 つの相異なる実数を選ぶ 6 通りの方法それぞれについて, 選んだ 2 つの実数の積を黒板に書いた. 黒板に書かれた 6 つの実数のうち 1 つを消したところ, 黒板に残った数は小さい順に 2, 3, 4, 5, 6 であった. 黒板から消した値を求めよ.

2. 平行四辺形 $ABCD$ の辺 AB を $7:2$ に内分する点を P とし, 線分 PD 上 (端点を除く) に点 Q をとる. 三角形 QPB, QCD の面積がそれぞれ 20, 27 であるとき, 三角形 QBC の面積を求めよ.



3. 次の条件をともにみたす 2027 個の整数の組 $(a_1, a_2, \ldots, a_{2027})$ はいくつあるか.

- 任意の 1 以上 2027 以下の整数 n について, a_n は 2, 3, 6 のいずれかである.
- 任意の 1 以上 2027 以下の整数 n について, $a_1 a_2 \cdots a_n$ は平方数でない.

4. 黒板に 9 個の整数 $2^0, 2^1, 2^2, \ldots, 2^8$ が書かれている. A さんは黒板から整数 a, b, c を選んで消し, 新たに $a+b-c$ を書くという操作を繰り返し行う. 黒板に書かれている整数が 1 つだけになったとき, その整数としてありうるものはいくつあるか.

[*1] Copyright ©2026 by Mathematical Olympiad Foundation of Japan.
著作権は数学オリンピック財団に帰属します.

5. 1 以上 2027 以下の整数 n であって,

$$d(n) - d(2n) - d(3n) + d(4n) = 5$$

をみたすものをすべて求めよ.

ただし, 正の整数 m に対して m の正の約数の個数を $d(m)$ で表す.

6. 次の式を計算せよ.

$$\sum_{n=1}^{190} \Big(\big[\sqrt{10}\, n\big]^2 - \big[\sqrt{10}\, n\big] \big[\sqrt{10}\, (n-1)\big] \Big)$$

ただし, 実数 r に対して r 以下の最大の整数を $[r]$ で表す. たとえば, $[3.14] = 3$, $[5] = 5$ である.

7. 面積が 1 である鋭角三角形 ABC がある. 辺 BC を $3 : 4$ に内分する点を D とし, 三角形 ABD, ACD の外心をそれぞれ O_1, O_2 とすると, 三角形 ABC の外心と三角形 DO_1O_2 の外心は一致した. このとき, 三角形 AO_1O_2 の面積を求めよ.

8. 実数 $x_1, x_2, \ldots, x_{15}$ が, 任意の 1 以上 15 以下の整数 i に対して $|x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}| \leqq 1$ をみたしている. $x_1 = 0$ であるとき, x_5 としてありうる最大の値を求めよ.

ただし, $x_0 = x_{15}$, $x_{16} = x_1$ とする.

9. 正の整数 m が**単純な整数**であるとは, 任意の 2 以上の整数 k について, k^4 が m を割りきらないことをいう. 以下の条件をみたすような正の整数 n のうち, 最小のものを求めよ.

> 単純な整数 a, b, c および正の整数 s, t, u であって, $n = a^s b^t c^u$ となるものが存在しない.

10. 正の実数 r に対して, r 以下の最大の整数を 2 で割った余りを $\langle r \rangle$ で表す. また, 正の実数 r に対し, 実数 $s(r)$ を $s(r) = \dfrac{1}{63} \displaystyle\sum_{k=1}^{63} \langle 2^k r \rangle$ と定める.

1 以上 $2^7 - 2$ 以下の整数 m と 1 以上 $2^9 - 2$ 以下の整数 n の組 (m, n) であって, 以下の条件をみたすものはいくつあるか.

> $a = \dfrac{m}{2^7 - 1}$, $b = \dfrac{n}{2^9 - 1}$ とすると, $s(a + b) = s(a)s(b)$ が成立する.

11. 鋭角三角形 ABC の辺 BC を $1 : 5$ に内分する点を D とする. 直線 AD 上の A でない点 E が $\angle ABC = \angle CBE$ および $CE = 7$ をみたしている. 線分 AD 上 (端点を除く) の点 P が $AP = 3$ をみたしており, また線分 BE を $3 : 1$ に外分する点を Q とすると, $\angle ACP = \angle BCQ$ が成り立ち, さらに三角形 ABC の面積と四角形 $PBQC$ の面積が等しくなった. このとき, 辺 AB の長さを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

12. xy 平面において, x 座標と y 座標がともに 0 以上 1000 以下の整数である点を**島**とよぶ. また, 2 つの島を結ぶ線分であって, 長さが 1 のものを**橋**とよぶ. それぞれの橋には**通行料**とよばれる正の整数が割り当てられている. いま, 任意の橋 b に対し, 次の条件が成り立った.

> 橋を辿(たど)って島 $(0,0)$ から島 $(1000,1000)$ へ移動する経路のうち, b を通るようなものについて, 通る橋の通行料の総和としてありうる最小の値は 2027 である. ただし, 経路は最短でなくてもよいが, 同じ橋を 2 度以上通ってはならない.

このとき, すべての橋の通行料の和としてありうる最大の値を求めよ.

以上

第37回日本数学オリンピック予選

解答用紙

受験番号						
氏名						

1	2	3
$\frac{12}{5}$	96	$3 \cdot 2^{2026}$ 個

4	5	6
126 個	243, 1458, 1875	180960

7	8	9
$\frac{13}{49}$	$\frac{166}{15}$	$2^{64} \cdot 3^{16} \cdot 5^{4} \cdot 7$

10	11	12
2100 個	$\frac{49\sqrt{30}}{60}$	28004025

受験番号					
会場内通し番号					

合計点